

Aufgaben zu Kapitel 3 der Vorlesung „Randomisierte Algorithmen“

Aufgabe 3.1

Gegeben sei eine probabilistische TM M (nicht notwendigerweise in Normalform), die für jede Eingabe hält.

Konstruieren Sie eine probabilistische TM M' , die für keine Eingabe mehr Schritte macht als M schlimmstenfalls es tut und in jeder Situation genau zwei verschiedene Möglichkeiten der Weiterarbeit hat oder keine.

Aufgabe 3.2

Unter welchen Umständen und wie könnte man die PTM M' aus der vorangegangenen Aufgabe so ergänzen, dass eine PTM M'' in Normalform entsteht?

Aufgabe 3.3

Beweisen Sie:

$$\sum_{i=0}^k i \cdot 2^{-i} = 2 - (k+2)2^{-k}$$

* Aufgabe 3.4

Versuchen Sie zu zeigen, dass das folgende Problem unentscheidbar ist:

Probleminstanz: eine probabilistische Turingmaschine M

Frage: Wird jedes Eingabewort von M entweder gar nicht oder mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $1/2$ akzeptiert?