

## Aufgaben zu Kapitel 6 der Vorlesung „Randomisierte Algorithmen“

### Aufgabe 6.1

Es sei die Abkürzung

$$A(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$$

definiert. Zeigen Sie: Für  $x \geq 1$  ist  $A(x)$  monoton wachsend und

$$\lim_{x \rightarrow \infty} A(x) = \frac{1}{e}$$

### Aufgabe 6.2

Finden Sie eine unendliche Familie von Graphen  $G_n$  gfinden derart, dass die Wahrscheinlichkeit, dass der minimale Schnitt in  $G_n$  durch die zufällige iterierte Kontraktion bis auf zwei Knoten nicht zerstört wird, in  $O(1/n^2)$  ist.

### Aufgabe 6.3

Für einen Graphen  $G$  sei wie in der Vorlesung  $L(G)$  die Menge der lokal minimalen Kanten und  $B(G)$  der Graph, der nach einer Borůvka-Phase aus  $G$  entsteht. Zeigen Sie im Detail, dass die Kanten aus  $L(G)$  und die Kanten eines MST von  $B(G)$  zusammen einen MST von  $G$  bilden.

### Aufgabe 6.4

Geben Sie „die“ Definition von „*minimaler aufspannender Wald*“ an.