Algorithmen in Zellularautomaten
Aufgabenblatt 4

Aufgabe 4.1
Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}_+$ und alle $t \in \mathbb{N}_+$ gilt:

$$(x_1 + \cdots + x_n)^t = \sum_{i_1+\cdots+i_n=t} \binom{i_1 + \cdots + i_n}{i_1; \cdots ; i_n} x_1^{i_1} \cdots x_n^{i_n}$$

Aufgabe 4.2
Das Pascalsche Dreieck enthält die Binomialkoeffizienten. Können Sie etwas Analoges für „Trinomialkoeffizienten“ finden?

Aufgabe 4.3
Es sei p eine Primzahl und $i_1 + \cdots + i_n = p$.

a) Beweisen Sie

$$\binom{p}{i_1; \cdots ; i_n} \bmod p = \begin{cases} 1 & \text{falls für ein } j \text{ gilt: } i_j = p \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

b) Beweisen Sie, dass in $\mathbb{Z}_p[x_1, \ldots, x_n]$ für alle $k \in \mathbb{N}_+$ gilt:

$$(x_1 + \cdots + x_n)^{p^k} = x_1^{p^k} + \cdots + x_n^{p^k}$$