Algorithmen in Zellularautomaten

3. Endliche Muster und Konfigurationen

Thomas Worsch

Fakultät für Informatik
Karlsruher Institut für Technologie

Sommersemester 2017

Überblick

- Weitere wichtige Begriffe
- Simulationen zwischen ZA und TM
- Erkennung formaler Sprachen mit ZA

Überblick

- Weitere wichtige Begriffe
- Simulationen zwischen ZA und TM
- Erkennung formaler Sprachen mit ZA

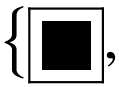
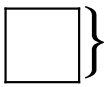
Definition (Ruhezustände und tote Zustände)

- Eine Teilmenge $P \subseteq Q$ heißt *Ruhemenge* oder *passiv*,
  wenn für alle $\ell : N \to Q$ gilt:
  wenn für alle $n \in N$: $\ell(n) \in P$ ist, dann $\delta(\ell) = \ell(\mathbf{0})$.
- Ein Zustand $q \in Q$ heißt genau dann *Ruhezustand*,
  wenn $\{q\}$ Ruhemenge ist (also falls $\delta(q, q, \ldots, q) = q$ ist).

- Ein Zustand $t \in Q$ heißt genau dann *tot*,
  wenn für alle $\ell : N \to Q$ mit $\ell(\mathbf{0}) = t$ gilt: $\delta(\ell) = t$.

- Jeder Zellularautomat besitze ausgezeichneten Ruhezustand q.

Beispiele

- WIREWORLD: $\{$  ,  $\}$ ist Ruhemenge und  ist tot.
- Jeder Zustand einer Ruhemenge ist Ruhezustand.
- Jeder tote Zustand ist Ruhezustand.
- Ein ZA kann Ruhezustände q_1, q_2 besitzen,
  die zusammen *keine* Ruhemenge bilden.

Erinnerung (Eingaben für TM)

- Eingabealphabet $A \subseteq B$
- Anfangszustand s_0
- Blanksymbol $\square$
- Die *Anfangskonfiguration* zu Eingabe $w = w_1 \cdots w_n \in A^n$ ist $c_w = (s_0, b_w, 1)$ mit

$$b_w(i) = \begin{cases} w_i & \text{falls } 1 \leq i \leq n \\ \square & \text{sonst} \end{cases}$$

Definition (Muster)

für Zellularautomat C mit $R = \mathbb{Z}^d$ und Ruhezustand q:

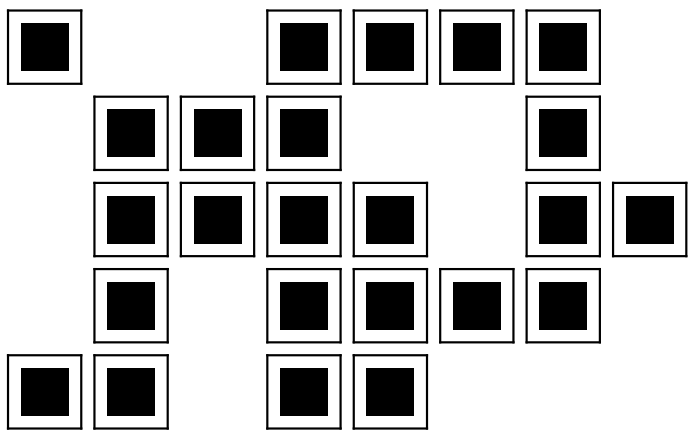
- (d-dimensionales) *Muster* für C: Abbildung $m : T \to Q \setminus \{q\}$, $T \subset R$: der *Träger* von m
- Zu Muster m gehörende *Musterkonfiguration* $c_m : R \to Q$:

$$c_m(\mathbf{i}) = \begin{cases} m(\mathbf{i}) & \text{falls } \mathbf{i} \in T \\ q & \text{sonst} \end{cases}$$

- *Muster $m : T \to Q \setminus \{q\}$ kommt in Konfiguration c an der Stelle $\mathbf{j}$ vor*, wenn für alle $\mathbf{i} \in T$ gilt: $c(\mathbf{j} + \mathbf{i}) = m(\mathbf{i})$.

Beispiele von Mustern

- eindimensional: *Wörter* $w \in Q^+$ kann man als Muster $w : \{1, \ldots, |w|\} \to Q$ auffassen und umgekehrt.
- zweidimensional: *Rechtecke* $m : \mathbb{N}_n \times \mathbb{N}_m \to Q$.
- „unförmige“ zweidimensionale Muster:



- höherdimensionale Muster …

Definition

- *Eingabe* eines Musters m in einen ZA:
  zu m gehörende Musterkonfiguration als *Anfangskonfiguration*
- Konfiguration c ist genau dann *Endkonfiguration*, wenn $\Delta(c) = c$.

Aber was ist das Ergebnis einer Berechnung?

- je nach Aufgabenstellung passend definiert

Definition

- Für Ruhezustand q und Konfiguration $c : R \longrightarrow Q$ ist $T(c) = \{\mathbf{i} \mid c_\mathbf{i} \neq q\}$ der *Träger* von c.
- Eine Konfiguration heißt *endlich*, wenn ihr Träger endlich ist. (manche finden, diese Redeweise geht zu weit)

Beachte

Aus endlichen Konfigurationen entstehen im Laufe einer Berechnung stets wieder endliche Konfigurationen.

Überblick

- Weitere wichtige Begriffe
- Simulationen zwischen ZA und TM
- Erkennung formaler Sprachen mit ZA

Satz (Simulation von TM durch ZA und umgekehrt)

1. Zu jeder Ein-Kopf-TM T gibt es einen eindimensionalen ZA C und eine Codierungsfunktion cod, so dass für jede TM-Konfiguration c gilt:
$$\Delta_C(\mathrm{cod}(c)) = \mathrm{cod}(\Delta_T(c))$$
2. Zu jedem eindimensionalen ZA C gibt es eine TM T und eine Codierungsfunktion cod, so dass für jede Konfiguration c *mit endlichem Träger (!)* ein $t \in \mathbb{N}$ existiert mit:
$$\Delta_T^t(\mathrm{cod}(c)) = \mathrm{cod}(\Delta_C(c))$$
3. In beiden Fällen ist cod injektiv und „sehr einfach“.

Beweisskizze zu 2.

- Wie könnte man das machen?
- Details an der Tafel

Aufgabe

- Wie geht eine Simulation, die nicht doppelten Speicher benötigt?

Aufgabe

- gegeben ZA (R, Q, N, δ)
- $M \subseteq R$ Teilmenge von Zellen
- $c : R \longrightarrow Q$ eine Konfiguration mit

$$\forall\ i \in M : c_i = \Delta(c)_i$$

- betrachte Konfigurationsübergang $\Delta(c) \mapsto \Delta^2(c)$
- Was kann man sagen?

Überblick

- Weitere wichtige Begriffe
- Simulationen zwischen ZA und TM
- Erkennung formaler Sprachen mit ZA

Definition (Erkennung formaler Sprachen)

- *Eingabealphabet* $A \subset Q \setminus \{q\}$
- Zu $w = w_1 \cdots w_n \in A^+$ gehörige *Anfangskonfiguration* c_w ist die zu $m : \{(1, 0, \ldots, 0), \ldots, (|w|, 0, \ldots, 0)\} \longrightarrow A :$ $(i, 0, \ldots, 0) \mapsto w_i$ gehörende Musterkonfiguration.

- Menge *akzeptierender Endzustände* $F_+ \subset Q \setminus A$
- Endkonfiguration c ist *akzeptierend*, falls $c((1, 0, \ldots, 0)) \in F_+$, sonst *ablehnend*.

Definition (Erkennung formaler Sprachen 2)

- $c^0, c^1, \ldots, c^k$ ist *Berechnung*, falls
  c^k die einzige vorkommende Endkonfiguration ist und
  für alle $t \in \mathbb{N}$ mit $0 \leq t < k$ gilt: $c^{t+1} = \Delta(c^t)$.
- *Von einem Zellularautomaten erkannte Sprache* $L \subseteq A^+$:

$$L = \left\{ w \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{es existiert akzept. Endkonf. } c_f \\ \text{und } k \in \mathbb{N}_+ \text{ mit } \Delta^k(c_w) = c_f \end{array} \right\}$$

Erstes Beispiel: Erkennung einer regulären Sprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$

akzeptiere $L = \{\mathtt{a}\}^+$

Erstes Beispiel: Erkennung einer regulären Sprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$

akzeptiere $L = \{\mathtt{a}\}^+$

Problem: Prüfe, ob in der Eingabe ein $\mathtt{b}$ vorkommt!

Erstes Beispiel: Erkennung einer regulären Sprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$
akzeptiere $L = \{\mathtt{a}\}^+$

Problem: Prüfe, ob in der Eingabe ein $\mathtt{b}$ vorkommt!

Idee: Simuliere den endlichen Automaten,
der einmal (von hinten nach vorne) über die Eingabe geht.

Erstes Beispiel: Erkennung einer regulären Sprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$
akzeptiere $L = \{\mathtt{a}\}^+$

Problem: Prüfe, ob in der Eingabe ein `b` vorkommt!

Idee: Simuliere den endlichen Automaten,
der einmal (von hinten nach vorne) über die Eingabe geht.

Wähle: $N = \{0, 1\}$ und $Q = \{$ `a` , `b` , ␣ , `<+` , `<-` $\}$.

Beispielrechnung für eine „gute“ Eingabe

···	␣	a	a	a	a	a	␣	···
···	␣	a	a	a	a	<+	␣	···
···	␣	a	a	a	<+	<+	␣	···
···	␣	a	a	<+	<+	<+	␣	···
···	␣	a	<+	<+	<+	<+	␣	···
···	␣	<+	<+	<+	<+	<+	␣	···

Beispielrechnung für eine „schlechte“ Eingabe

···	␣	a	b	a	a	a	␣	···
···	␣	a	b	a	a	<+	␣	···
···	␣	a	b	a	<+	<+	␣	···
···	␣	a	b	<+	<+	<+	␣	···
···	␣	a	<-	<+	<+	<+	␣	···
···	␣	<-	<-	<+	<+	<+	␣	···

Lokale Überführungsfunktion

$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
a	␣	<+
b	␣	<-
a	<+	<+
b	<+	<-
a	<-	<-
b	<-	<-

In allen anderen Fällen: $\delta(\ell) = \ell(0)$.

Aufgabe

Konstruiere (möglichst präzise) einen ZA, der

$$L = \{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^m \mid m \in \mathbb{N}_+\} \subset \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^+$$

akzeptiert.

Zweites Beispiel: Erkennung einer Palindromsprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$

akzeptiere $L = L_{\text{pal}} = \{vxv^R \mid v \in A^* \wedge x \in A\}$

Zweites Beispiel: Erkennung einer Palindromsprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$

akzeptiere $L = L_{\text{pal}} = \{vxv^R \mid v \in A^* \wedge x \in A\}$

Problem: Prüfe, ob

1. erstes und letztes Symbol übereinstimmen und ob
2. zweites und vorletztes Symbol übereinstimmen und ob
3. drittes und drittletztes Symbol übereinstimmen und
4. usw. …

Zweites Beispiel: Erkennung einer Palindromsprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$

akzeptiere $L = L_{\text{pal}} = \{vxv^R \mid v \in A^* \wedge x \in A\}$

Problem: Prüfe, ob

1. erstes und letztes Symbol übereinstimmen und ob
2. zweites und vorletztes Symbol übereinstimmen und ob
3. drittes und drittletztes Symbol übereinstimmen und
4. usw. …

Idee:

- Schiebe vordere Worthälfte von links in die mittlere Zelle
- schiebe hintere Worthälfte von rechts in die mittlere Zelle
- prüfe, ob in der Mitte immer gleiche Symbole ankommen.

Zweites Beispiel: Erkennung einer Palindromsprache

Aufgabe: $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$

akzeptiere $L = L_{\text{pal}} = \{vxv^R \mid v \in A^* \wedge x \in A\}$

Problem: Prüfe, ob

1. erstes und letztes Symbol übereinstimmen und ob
2. zweites und vorletztes Symbol übereinstimmen und ob
3. drittes und drittletztes Symbol übereinstimmen und
4. usw. …

Idee:

- Schiebe vordere Worthälfte von links in die mittlere Zelle
- schiebe hintere Worthälfte von rechts in die mittlere Zelle
- prüfe, ob in der Mitte immer gleiche Symbole ankommen.

aaaaber …

Verfeinerung

neue Probleme:

- Woher „weiß“ eine Zelle, in welcher Worthälfte sie liegt?
- Wo ist die Mitte?

Verfeinerung

neue Probleme:

- Woher „weiß“ eine Zelle, in welcher Worthälfte sie liegt?
- Wo ist die Mitte?

Idee für langsamen Algorithmus:

erst mal feststellen, welche Zellen wo liegen …

Verfeinerung

neue Probleme:

- Woher „weiß“ eine Zelle, in welcher Worthälfte sie liegt?
- Wo ist die Mitte?

Idee für schnellen Algorithmus:

Solange eine Zelle nicht weiß, in wo sie liegt,
muss sie *alle eventuell* notwendigen Aktionen durchführen.

Verfeinerung

neue Probleme:

- Woher „weiß“ eine Zelle, in welcher Worthälfte sie liegt?
- Wo ist die Mitte?

Idee für schnellen Algorithmus:

Solange eine Zelle nicht weiß, in wo sie liegt,
muss sie *alle eventuell* notwendigen Aktionen durchführen.

Also:

- *Alle* Symbole werden nach links verschoben.
- *Alle* Symbole werden nach rechts verschoben.
- *Jede* Zelle tut so, als ob sie die mittlere wäre.
- Man bestimmt die tatsächliche Mitte des Eingabewortes und benutzt das Ergebnis dieser Zelle.

Bestandteile

- $N = \{-1, 0, 1\}$ und
- $Q = A \cup \{\text{␣}\} \cup Q_l \times Q_r \times Q_v \times Q_{lr}$ mit
  - $Q_l = \{\texttt{<a}, \texttt{<b}, \text{␣}\}$
  - $Q_r = \{\texttt{a>}, \texttt{b>}, \text{␣}\}$
  - $Q_v = \{\texttt{+}, \texttt{-}\}$
  - $Q_{lr} = \{\texttt{>}, \texttt{<}, \texttt{<+}, \texttt{<-}, \text{␣}\}$

Initialisierungsschritt

für alle $x, y, z \in A$:

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
␣	y	z	(<y, y>, +, >)
x	y	z	(<y, y>, +, ␣)
x	y	␣	(<y, y>, +, <)
␣	y	␣	(<y, y>, +, <+)

Überführungsfunktion (1)

Ist $\ell(-1) = \begin{array}{|c|}\hline <x_l \\ \hline x_r> \\ \hline v_l \\ \hline d_l \\ \hline \end{array}$ $\ell(0) = \begin{array}{|c|}\hline <y_l \\ \hline y_r> \\ \hline v_m \\ \hline d_m \\ \hline \end{array}$ $\ell(1) = \begin{array}{|c|}\hline <z_l \\ \hline z_r> \\ \hline v_r \\ \hline d_r \\ \hline \end{array}$

so sei $\delta(\ell) = \begin{array}{|c|}\hline <z_l \\ \hline x_r> \\ \hline v'_m \\ \hline d'_m \\ \hline \end{array}$

Überführungsfunktion (2)

wobei

$$v'_m = \begin{cases} + & \text{falls } v_m = + \wedge z_l = x_r \\ - & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$d'_m = \begin{cases} d_l & \text{falls } d_m = d_r = \sqcup \\ d_r & \text{falls } d_m = d_l = \sqcup \\ <v'_m & \text{falls } d_l = > \wedge d_r = < \\ <- & \text{falls } d_m = > \wedge d_r = < \\ d_m & \text{falls } d_m \in \{<+, <-\} \\ & \vdots \quad \text{usw.} \end{cases}$$

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		b	a	b	a	b	a	a		···
···		<b	<a	<b	<a	<b	<a	<a		···
···		b>	a>	b>	a>	b>	a>	a>		···
···		+	+	+	+	+	+	+		···
···		>						<		···
···		<a	<b	<a	<b	<a	<a			···
···			b>	a>	b>	a>	b>	a>		···
···		-	+	+	+	+	-	-		···
···			>				<			···
···		<b	<a	<b	<a	<a				···
···				b>	a>	b>	a>	b>		···
···		-	-	+	+	-	-	-		···
···				>		<				···
···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		-	-	-	-	-	-	-		···
···					<-					···

···		<a	<b	<a	<a					···
···					b>	a>	b>	a>		···
···		–	–	–	–	–	–	–		···
···					<–					···
···		<b	<a	<a						···
···						b>	a>	b>		···
···		–	–	–	–	–	–	–		···
···				<–	<–	<–				···
···		<a	<a							···
···							b>	a>		···
···		–	–	–	–	–	–	–		···
···			<–	<–	<–	<–	<–			···
···		<a								···
···								b>		···
···		–	–	–	–	–	–	–		···
···		<–	<–	<–	<–	<–	<–	<–		···

zur Verifikation (1)

Es sei $|w| = n$, $1 \leq i \leq n$, $0 \leq t \leq n$ und $c^t := \Delta^t(c_w)$.

- Für die „ersten Register“ $c_i^t[1]$ gilt:
  Für $i \leq n + 1 - t$ ist $c_i^t[1] = w_{i+(t-1)}$
- Für die „zweiten Register“ $c_i^t[2]$ gilt:
  Für $i \geq t$ ist $c_i^t[2] = w_{i-(t-1)}$
- Für die „dritten Register“ $c_i^t[3]$ gilt:
  Für $t \leq i \leq n + 1 - t$ ist
  $c_i^t[3] = + \iff w_{i-(t-1)} \cdots w_i \cdots w_{i+(t-1)} \in L_{\text{pal}}$

zur Verifikation (2)

- Für die „vierten Register“ $c_i^t[4]$ gilt z. B., falls n ungerade ist:

$$t < \frac{n+1}{2} \implies c_i^t[4] = \begin{cases} > & \text{falls } i = t \\ < & \text{falls } i = n+1-t \\ \text{␣} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$t \geq \frac{n+1}{2} \implies c_i^t[4] = \begin{cases} <+ & \text{falls } w \in L_{\text{pal}} \text{ und } i = n+1-t \\ <- & \text{falls } w \notin L_{\text{pal}} \text{ und } i = n+1-t \\ \text{␣} & \text{sonst} \end{cases}$$

- also insbesondere

$$c_1^n[4] = \begin{cases} <+ & \text{falls } w \in L_{\text{pal}} \\ <- & \text{falls } w \notin L_{\text{pal}} \end{cases}$$

Aufgaben

Konstruiere (möglichst präzise) ZA, die die folgenden formalen Sprachen akzeptieren:

- $L = \{vcv \mid v \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^+\} \subset \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^+$
- $L = \{vv \mid v \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^+\} \subset \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^+$

Schaffen Sie es in Zeit $t(n) = n$?
Kommen Sie mit Nachbarschaft $\{0, 1\}$ aus?
Beides gleichzeitig?

Aufgabe**

Konstruiere (möglichst präzise) ZA, der möglichst schnell die formale Sprache

$$L = \{uvu \mid u, v \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \wedge |u| \geq 2\} \subset \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^+$$

akzeptiert.

Zusammenfassung

- Ruhezustände, tote Zustände
- Muster, endliche Konfigurationen
- gegenseitige Simulierbarkeit von TM und ZA für endliche Konfigurationen
- Erkennung formaler Sprachen mit ZA