Algorithmen in Zellularautomaten
Aufgabenblatt 3

Aufgabe 3.1
Beschreiben Sie (möglichst präzise) eine Simulation eindimensionaler ZA durch TM (mit einem Band und einem Kopf), bei der auf dem Band nicht ständig zwei vollständige ZA-Konfigurationen gespeichert werden (wie bei der in der Vorlesung beschriebenen Vorgehensweise), sondern im wesentlichen nur eine und zusätzlich nur konstant viel Speicher benötigt wird.

Lösung 3.1
O. B. d. A. gehöre eine Zelle zu ihrer Nachbarschaft, d. h. $0 \in N$.

- Die Steuereinheit wird so gebaut, dass sie jede partielle lokale Konfiguration speichern kann.
- Initialisierung: Abfahren der Nachbarschaft der ersten Zelle, speichern ihrer lokalen Konfiguration und Rückkehr zur ersten Zelle.
- Iteration:
  - schreiben des neuen Zustands einer Zelle (beachte: wegen $0 \in N$ ist der alte noch in der Steuereinheit gespeichert)
  - Bewegung zur nächsten zu aktualisierenden Zelle
  - Abfahren ihrer Nachbarschaft (soweit nötig), speichern der lokalen Konfiguration, Rückkehr zur Zelle

  bis Steuereinheit am Ende des relevanten Teils der Zellen

Aufgabe 3.2
Konstruieren Sie (möglichst präzise) einen eindimensionalen ZA, der die formale Sprache

$$L = \{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^m \mid m \in \mathbb{N}_+\} \subset \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^+$$

akzeptiert.

Lösung 3.2
Idee: Beginnend am linken Rand werden nach rechts nach und nach a in x umgewandelt und beginnend am rechten Rand nach links ein b nach dem anderen. Die wachsenden x-Bereiche müssen sich an der Grenze zwischen den a und b treffen.

- $Q = \{\square, \mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{x}, \mathtt{!}, \mathtt{-}, \mathtt{+}\}$
- lokale Regeln

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
$\square$,x	a	a	x
$\square$,x	a	b	!
$\square$,x	!	!	+
$\square$,x	!	b	-

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
b	b	$\square$,x	x
a	b	$\square$,x	!
!	!	$\square$,x	+
a	!	$\square$,x	-

Behandlung weiterer Fehlerfälle (Vorkommen von ba, $\square$b, a$\square$) (fehlende Einträge: beliebige Zustände):

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
b	a		-
	b	a	-

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
$\square$	b		-
	a	$\square$	-

Ausbreitung von Erfolgs- und Misserfolgs-„Meldungen“ (fehlende Einträge: beliebige $s \in \{\mathtt{x}, \mathtt{a}, \mathtt{b}\}$):

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
+			+
	+		+
		+	+

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
-			-
	-		-
		-	-

in anderen Fällen keine Zustandsänderung

Aufgabe 3.3

Konstruieren Sie (möglichst präzise) einen eindimensionalen ZA, der die formale Sprache

$$L = \{v\mathtt{c}v \mid v \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^+\} \subset \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^+$$

akzeptiert.

Lösung 3.3

- Jede Zelle merkt sich ihr Symbol.
- Jedes a bzw. b wird nach links geschickt.
- Bei Passieren eines c wird es in die „Löschvariante“ des Symbols umgewandelt.
- Wenn eine Löschvariante am linken Rand ankommt und vom normalen gemerkten Symbol verschieden ist: ablehnen
- Wenn eine Löschvariante am linken Rand ankommt und es gleich dem normalen gemerkten Symbol ist: Zelle in Ruhezustand versetzen.
- Das letzte Symbol: überprüft zusätzlich, ob genau ein c vorhanden ist.
  - Wenn nein: ablehnen

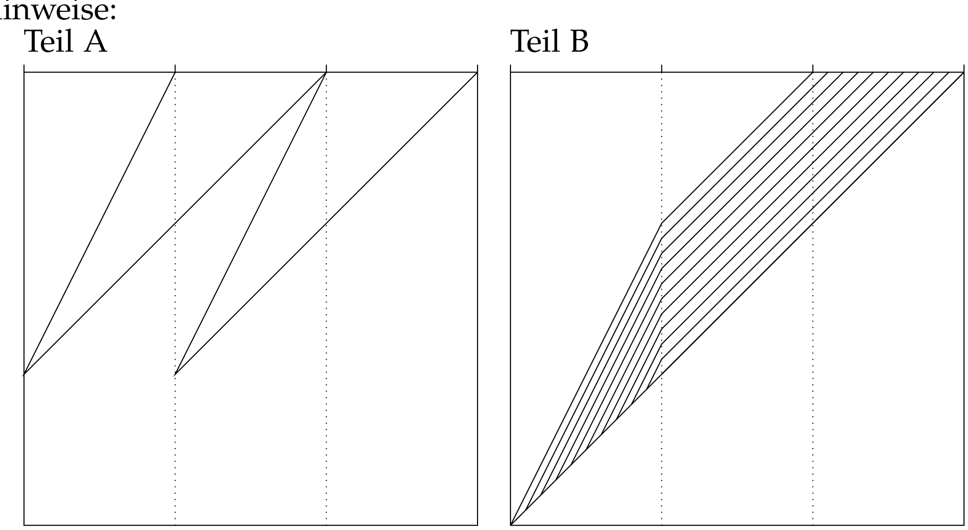
– Wenn ja: Verhalten wie oben beschrieben

Aufgabe 3.4
Konstruieren Sie (möglichst präzise) einen eindimensionalen ZA, der die formale Sprache

$$L = \{v\mathtt{c}^{|v|}v \mid v \in \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^+\} \subset \{\mathtt{a},\mathtt{b},\mathtt{c}\}^+$$

akzeptiert.

Lösung 3.4
Hinweise:



Aufgabe 3.5
Konstruieren Sie (möglichst präzise) einen eindimensionalen ZA, der die formale Sprache

$$L = \{uvu \mid u, v \in \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^* \wedge |u| \geq 2\} \subset \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^+$$

akzeptiert.

Lösung 3.5
noch keine