Algorithmen in Zellularautomaten
Aufgabenblatt 2

Aufgabe 2.1

Gegeben sei ein ZA (R, Q, N, δ). Es sei $M \subseteq R$ eine Teilmenge von Zellen und $c : R \to Q$ eine Konfiguration mit der Eigenschaft:

$$\forall\, i \in M : c_i = \Delta(c)_i$$

Was kann man über die „Aktivitäten" des ZA beim Konfigurationsübergang $\Delta(c) \mapsto \Delta^2(c)$ sagen?

Aufgabe 2.2

Gegeben sei der ZA mit

- $R = \mathbb{Z}_n^2$ und $N = H_1^{(2)}$
- $Q = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ und
- der folgenden lokalen Überführungsfunktion:

$$\delta(\ell) = \ell((0,0)) - 4 \cdot [\ell((0,0)) \geq 4] + \sum_{n' \in N'} [\ell(n') \geq 4]$$

Dabei sei $N' = N \setminus \{(0,0)\}$ und für einen logischen Ausdruck $\mathcal{A}$ sei

$$[\mathcal{A}] = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{A} \text{ wahr ist} \\ 0 & \text{falls } \mathcal{A} \text{ falsch ist} \end{cases} .$$

a) Was bedeutet die Überführungsfunktion, wenn man sich vorstellt, dass jede Zelle eine gewisse Menge „Sandkörner" enthält?

b) Machen Sie sich klar, dass für jedes $\ell \in Q^N$ das oben definierte $\delta(\ell)$ wieder in Q ist.

c) Machen Sie einfache Experimente mit dem ZA. Benutzen Sie eine endliche quadratische Konfiguration und lassen Sie Sandkörner an den Rändern „aus dem ZA herausfallen", und keine neuen hereinfallen.

d) Welche Konsequenzen hat die Randbehandlung?