

Algorithmen in Zellularautomaten

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1.1

- a) Wieviele lokale Überföhrungsfunktionen gibt es in Abhängigkeit von Q und N ?
- b) Finden Sie eine Nummerierung aller ZA mit $Q = \{0, 1\}$ und $N = \{-1, 0, 1\}$, so dass der ZA mit der lokalen Überföhrungsfunktion, die durch die Tabelle

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

gegeben ist, die Nummer 110 hat.

- c) Verallgemeinern Sie das Prinzip Ihrer Nummerierung für ZA mit $Q = \{0, 1, \dots, q-1\}$ und n Nachbarn.
- d) Worauf muss man achten, wenn man ein kleines Programmstück schreiben soll, das aus einer Regelnummer die Tabelle der lokalen Überföhrungsfunktion berechnet?

Aufgabe 1.2

Laut Wikipedia ist die Zahl der Atome im beobachtbaren Universum etwa 10^{80} (http://en.wikipedia.org/wiki/Observable_universe). Es sei $U = 10^{80}$.

Bestimmen Sie die Menge aller Paare (q, n) positiver ganzer Zahlen, so dass die Anzahl der ZA mit Zustandsmenge $Q = \{1, \dots, q\}$ und Nachbarschaft $N = \{1, \dots, n\}$ höchstens U ist.

Aufgabe 1.3

Betrachten Sie den ZA, der in Ihrer Nummerierung aus Aufgabe 1.1 die Nummer 240 hat.

- Was macht dieser ZA, wenn in der Anfangskonfiguration genau eine Zelle im Zustand 1 ist und alle anderen im Zustand 0.
- Konstruieren Sie einen ZA mit Zustandsmenge $\{0, 1, 2\}$ bei dem das, was Sie in Teil a) beobachtet haben, nur «halb so schnell» passiert.
- Sehen Sie für «allgemeine» Anfangskonfigurationen ein Problem? Sehen Sie einen Ausweg?

Aufgabe 1.4

Überlegen Sie sich die lokale Überföhrungsfunktion δ für einen Zellularautomaten mit folgenden Eigenschaften:

- $R = \mathbb{Z}$ und $N = H_1$
- $Q = \{a, b, \overleftarrow{\square}, \overrightarrow{\square}\}$
- Konfigurationsausschnitte, in denen kein «Loch» $\overleftarrow{\square}$ oder $\overrightarrow{\square}$ vorkommt, werden durch δ im nächsten Schritt nicht verändert.
- Ein einzelnes Loch $\overleftarrow{\square}$ wandert nach links (und analog $\overrightarrow{\square}$ nach rechts), und im Austausch dort stehende Symbole in die entgegengesetzte Richtung. Zum Beispiel wird also aus der Konfiguration

...

a	b	$\overrightarrow{\square}$	b	a	a	$\overleftarrow{\square}$	a
---	---	----------------------------	---	---	---	---------------------------	---

 ...

in einem Schritt die Konfiguration

...

a	b	b	$\overrightarrow{\square}$	a	$\overleftarrow{\square}$	a	a
---	---	---	----------------------------	---	---------------------------	---	---

 ...

- Was macht Ihr ZA bei mehreren unmittelbar nebeneinander liegenden Löchern?