

# Algorithmen in Zellularautomaten

## Aufgabenblatt 1

### Aufgabe 1.1

- a) Wieviele lokale Überföhrungsfunktionen gibt es in Abhängigkeit von  $Q$  und  $N$ ?
- b) Finden Sie eine Nummerierung aller ZA mit  $Q = \{0, 1\}$  und  $N = \{-1, 0, 1\}$ , so dass der ZA mit der lokalen Überföhrungsfunktion, die durch die Tabelle

$\ell(-1)$	$\ell(0)$	$\ell(1)$	$\delta(\ell)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

gegeben ist, die Nummer 110 hat.

- c) Verallgemeinern Sie das Prinzip Ihrer Nummerierung für ZA mit  $Q = \{0, 1, \dots, q-1\}$  und  $n$  Nachbarn.
- d) Worauf muss man achten, wenn man ein kleines Programmstück schreiben soll, das aus einer Regelnummer die Tabelle der lokalen Überföhrungsfunktion berechnet?

### Aufgabe 1.2

Laut Wikipedia ist die Zahl der Atome im beobachtbaren Universum etwa  $10^{80}$  ([http://en.wikipedia.org/wiki/Observable\\_universe](http://en.wikipedia.org/wiki/Observable_universe)). Es sei  $U = 10^{80}$ .

Bestimmen Sie die Menge aller Paare  $(q, n)$  positiver ganzer Zahlen, so dass die Anzahl der ZA mit Zustandsmenge  $Q = \{1, \dots, q\}$  und Nachbarschaft  $N = \{1, \dots, n\}$  höchstens  $U$  ist.

### Aufgabe 1.3

Betrachten Sie den ZA, der in Ihrer Nummerierung aus Aufgabe 1.1 die Nummer 240 hat.

- Was macht dieser ZA, wenn in der Anfangskonfiguration genau eine Zelle im Zustand 1 ist und alle anderen im Zustand 0.
- Konstruieren Sie einen ZA mit Zustandsmenge  $\{0, 1, 2\}$  bei dem „die Bewegung“ nur halb so schnell ist.
- Sehen Sie für „allgemeine“ Anfangskonfigurationen ein Problem?

#### Aufgabe 1.4

Überlegen Sie sich die lokale Überföhrungsfunktion  $\delta$  für einen Zellularautomaten mit folgenden Eigenschaften:

- $R = \mathbb{Z}$  und  $N = H_1$
- $Q = \{a, b, \overset{\leftarrow}{\square}, \overset{\rightarrow}{\square}\}$
- Konfigurationsausschnitte, in denen kein „Loch“  $\overset{\leftarrow}{\square}$  oder  $\overset{\rightarrow}{\square}$  vorkommt, werden durch  $\delta$  im nächsten Schritt nicht verändert.
- Ein einzelnes Loch  $\overset{\leftarrow}{\square}$  wandert nach links (und analog  $\overset{\rightarrow}{\square}$  nach rechts), und im Austausch dort stehende Symbole in die entgegengesetzte Richtung. Zum Beispiel wird also aus der Konfiguration

... 

a	b	$\overset{\rightarrow}{\square}$	b	a	a	$\overset{\leftarrow}{\square}$	a
---	---	----------------------------------	---	---	---	---------------------------------	---

 ...

in einem Schritt die Konfiguration

... 

a	b	b	$\overset{\rightarrow}{\square}$	a	$\overset{\leftarrow}{\square}$	a	a
---	---	---	----------------------------------	---	---------------------------------	---	---

 ...

- Was macht Ihr ZA bei mehreren unmittelbar nebeneinander liegenden Löchern?