

Einführung in die Informatik

Übungsblatt 8

– Kontextfreie Grammatiken –

Aufgabe 1: Ein Ableitungsbaum habe die Knoten $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, die (in dieser Reihenfolge) mit den Symbolen S, a, X, Y, a, b, b, b beschriftet sind. Dabei seien S, X, Y Nichtterminale und a, b Terminale einer Grammatik G . Die Adjazenzmatrix sei

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Stellen Sie den Ableitungsbaum graphisch dar.
- b) Stellen Sie eine Grammatik $G = (N, T, S, P)$ auf, für die es einen Ableitungsbaum mit der oben angegebenen Adjazenzmatrix gibt.
- c) Welches Wort wird in dem gegebenen Ableitungsbaum abgeleitet?
- d) Gegeben sei die Grammatik $G = (N, T, S, P)$ mit $N = \{S, X, Y\}, T = \{a, b\}, P = \{S \rightarrow XaY, X \rightarrow ba, Y \rightarrow bb\}$.

Geben Sie einen Ableitungsbaum von G für das Wort $baabb$ an.

Finden Sie eine Nummerierung der Knoten des Ableitungsbaums, so dass die Adjazenzmatrix des Ableitungsbaums mit der oben gegebenen Adjazenzmatrix übereinstimmt.

- e) Welche Folgerung können Sie aus der Existenz einer solchen Nummerierung ziehen?

Aufgabe 2: Gegeben sei die Grammatik $G = (N, T, S, P)$ mit $N = \{S, R\}$, $T = \{a, b, c\}$, $P = \{S \rightarrow aSc|aRc, R \rightarrow bRc|bc\}$.

- Welche Sprache wird von G erzeugt?
- Beweisen Sie, dass alle Wörter der in a) angegebenen Sprache von G erzeugt werden.
- Wie viele verschiedene Ableitungen gibt es für ein Wort in $L(G)$?

Aufgabe 3: Gegeben seien die Grammatiken $G_1 = (N_1, T, S_1, P_1)$ mit $T = \{a, b\}$, $N_1 = \{S_1\}$ und $P_1 = \{S_1 \rightarrow aS_1b|S_1S_1|\epsilon\}$ und $G_2 = (N_2, T, S_2, P_2)$ mit $N_2 = \{S_2\}$ und $P_2 = \{S_2 \rightarrow aS_2bS_2|\epsilon\}$.

- Zeigen Sie, dass $L(G_2) \subseteq L(G_1)$ gilt.
- Finden Sie für beide Grammatiken jeweils eine Links- und eine Rechtsableitung für das Wort $ababab$.
- Finden Sie zwei verschiedene Ableitungsbäume der Grammatik G_1 für das Wort $ababab$.
- Zeigen Sie, dass es genau einen Ableitungsbaum der Grammatik G_2 für das Wort $ababab$ gibt.

Aufgabe 4: Gegeben sei der reguläre Ausdruck $R = (a \cup b)^*ab(a \cup b)^*$.

- Stellen Sie einen endlichen Automaten auf, der $[R]$ erkennt.
- Finden Sie eine Grammatik $G = (N, T, S, P)$, für die $L(G) = [R]$ gilt.
- Gibt es eine Grammatik wie in b), für die N nur ein Nichtterminal enthält? Begründen Sie Ihre Antwort. Können Sie Ihr Ergebnis für reguläre Ausdrücke der Form $R_w = (a \cup b)^*w(a \cup b)^*$ mit $w \in \{a, b\}^*$ verallgemeinern?

Abgabe bis zum **25. Juni 2008** in der Vorlesung oder im Tutorium.

Falls Sie eine Bearbeitung abgeben möchten, geben Sie bitte den Namen Ihres Tutors und Ihre Übungsgruppe an.