

## Einführung in die Informatik

### Übungsblatt 8

– Kontextfreie Grammatiken –

**Aufgabe 1:** Geben Sie kontextfreie Grammatiken  $G = (N, T, S, P)$  für die folgenden Sprachen über  $\{a, b, c\}$  an und leiten Sie die angegebenen Worte ab:

- a) Die Menge aller Wörter, deren viertletztes Zeichen ein  $c$  ist. Leiten Sie das Wort  $acabc$  ab!
- b) Die Menge aller Wörter ungerader Länge, deren erstes, letztes und mittleres Zeichen gleich sind. Leiten Sie das Wort  $abcacba$  ab!
- c)  $\{w : N_a(w) = N_c(w)\}$ . Leiten Sie das Wort  $abcba$  ab!
- d) Die Menge aller Wörter  $w$ , für die  $w = R(w)$  (siehe ÜB 6) gilt. Leiten Sie das Wort  $abcba$  ab.
- e)  $\{a^i b^j c^k : i \neq j \vee j \neq k\}$ . Leiten Sie das Wort  $aabbc$  ab.

**Aufgabe 2:** Gegeben Sei die Grammatik  $G = (N, T, S, P)$  mit  $N = \{S, X\}$ ,  $T = \{a, b\}$  und  $P = \{S \rightarrow XX, X \rightarrow aXa|b\}$

- a) Sei  $w \in L(G)$ . Wie viele  $b$  enthält  $w$ ?
- b) Sei  $w \in L(G)$ . Die Ableitung von  $w$  habe die Länge  $n \geq 3$  (Also: Es gibt  $n$  Ableitungsschritte von  $S$  zu  $w$ ). Wie viele  $b$  enthält  $n$ .
- c) Geben Sie eine mathematische Beschreibung der Sprache  $L(G)$  an.

**Aufgabe 3:**  $G_1 = (N_1, T_1, S_1, P_1)$  und  $G_2 = (N_2, T_2, S_2, P_2)$  seien zwei kontextfreie Grammatiken. Finden Sie kontextfreie Grammatiken  $G = (N, T, S, P)$ , für die gilt:

- a)  $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$ .
- b)  $L(G) = L(G_1)^*$ .
- c)  $L(G) = L(G_1) \cdot L(G_2)$ .

**Aufgabe 4:** Die Sprache  $L = \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$  kann nicht von einer kontextfreien Grammatik erzeugt werden.

Seien  $G_1 = (N_1, T_1, S_1, P_1)$  und  $G_2 = (N_2, T_2, S_2, P_2)$  kontextfreie Grammatiken. Zeigen Sie, dass es im Allgemeinen nicht möglich ist, aus  $G_1$  und  $G_2$  eine Grammatik zu konstruieren, die  $L(G_1) \cap L(G_2)$  erzeugt, indem Sie zwei kontextfreie Grammatiken  $G_1 = (N_1, T_1, S_1, P_1)$  und  $G_2 = (N_2, T_2, S_2, P_2)$  konstruieren, so dass  $L(G_1) \cap L(G_2) = L$  gilt.

**Aufgabe 5:** (Klammerausdrücke)

Ein Wort  $w \in \{(, )\}^*$  heiße *korrekter Klammerausdruck*, wenn  $N_((w) = N_)(w)$  gilt und für jedes Präfix  $v$  von  $w$  gilt:  $N_((v) \geq N_)(v)$ .

- a) Finden Sie eine Grammatik  $G = (N, T, S, P)$ , für die  $L(G)$  die Menge aller korrekten Klammerausdrücke ist.
- b) Beweisen Sie durch vollständige Induktion über die Ableitungslnge, dass sich mit Ihrer Grammatik kein falsches Wort ableiten lässt.

Abgabe bis zum **18. Juni 2008** in der Vorlesung oder im Tutorium.

*Falls Sie eine Bearbeitung abgeben möchten, geben Sie bitte den Namen Ihres Tutors und Ihre Übungsgruppe an.*