Universität Karlsruhe (TH)
Lehrstuhl Informatik für Ingenieure und Naturwissenschaftler
Dr. Thomas Worsch
Matthias Schulz

4. Juni 2008

Einführung in die Informatik
Übungsblatt 7
– Endliche Automaten –

Aufgabe 1: Sei $\mathsf{L}_i \subseteq \{a,b\}^*$ die Sprache der Wörter, deren i-letztes Zeichen a ist.

a) Konstruieren Sie einen nichtdeterministischen Automaten A_3, der L_3 erkennt! Konstruieren Sie daraus einen deterministischen Automaten, der L_3 erkennt !

b) Lösen Sie die Aufgabe a) auch für L_4!

c) Seien $D(i)$ und $N(i)$ deterministische bzw. nichtdeterministische Automaten, die die Sprache L_i erkennen. Wie viele Zustände haben $D(i)$ und $N(i)$ mindestens?

[`autotool`: Aufgaben: NFA-L3, DFA-L3, NFA-L4, DFA-L4. Bestenliste: Kleinster Automat.]

Aufgabe 2: Gegeben sind die nichtdeterministischen Automaten A und B, die beide über dem Eingabealphabet X arbeiten. Beschreiben Sie, wie aus A (und B) der nichtdeterministische Automat C konstruiert werden kann, für den gilt:

a) Vereinigen: $L(C) = L(A) \cup L(B)$,

b) Konkatenieren: $L(C) = L(A) \circ L(B)$,

c) Spiegeln: $L(C) = \{R(w) \mid w \in L(A)\}$, ($R$ wie definiert auf ÜB6)

d) Bonus: Schneiden: $L(C) = L(A) \cap L(B)$,

e) Bonus: Komplementbildung: $L(C) = X^* \setminus L(A)$.

In welchen Fällen ist C deterministisch, wenn A und B deterministisch sind?

Aufgabe 3: Ein Wort $w = w_{n-1} \dots w_0 \in \{0,1\}^*$ der Länge n kann als die Binärdarstellung der Zahl $z(w) = \sum_{i=0}^{n-1} w_i \cdot 2^i$ interpretiert werden. (Beispiel: $z(11101) = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 29$.) Geben Sie deterministische Automaten (und reguläre Ausdrücke) an, die die folgenden Sprachen erkennen (bzw. beschreiben):

a) $T_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid z(w) \text{ ist durch 2 teilbar}\}$,

b) $T_3 = \{w \in \{0,1\}^* \mid z(w) \text{ ist durch 3 teilbar}\}$ und

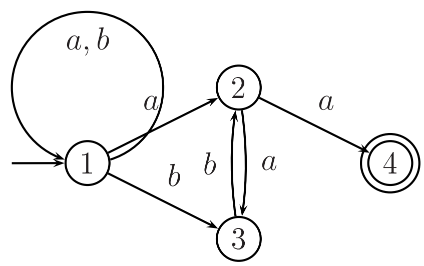
c) $T_6 = \{w \in \{0,1\}^* \mid z(w) \text{ ist durch 6 teilbar}\}$!

d) Sei m ungerade. Zeigen Sie: Ein deterministischer endlicher Automat, der die Sprache T_m erkennt, hat mindestens m Zustände und es gibt einen deterministischen endlichen Automaten, der T_m erkennt und genau m Zustände hat.

e) Zeigen Sie: Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gibt es einen deterministischen endlichen Automaten mit $n+1$ Zuständen, der T_{2^n} erkennt.

Hinweis 1: $z(\varepsilon)$ ist durch jedes $n > 0$ teilbar.

Aufgabe 4: Gegeben ist der nichtdeterministische Automat A



a) Geben Sie einen regulären Ausdruck R mit $[R] = L(A)$ an!

b) Geben Sie einen möglichst kleinen deterministischen Automaten D mit $L(D) = L(A)$ an!

Abgabe bis zum **11. Juni 2008** in der Vorlesung oder im Tutorium.
Falls Sie eine Bearbeitung abgeben möchten, geben Sie bitte den Namen Ihres Tutors und Ihre Übungsgruppe an.