

Einführung in die Informatik

Übungsblatt 6

– Reguläre Ausdrücke, Formale Sprachen –

Aufgabe 1:

- a) Gegeben sei ein Alphabet A . Informell sei für jedes $x \in A$ eine Funktion $N_x : A^* \rightarrow \mathbb{N}_+$ “definiert” durch die Festlegung: Für alle $w \in A^*$ ist $N_x(w)$ die Anzahl der Vorkommen des Symbols x in dem Wort w .

Finden Sie eine (mathematisch präzise) Definition für N_x .

- b) Gegeben sei ein Alphabet A . Informell sei eine Funktion $R : A^* \rightarrow A^*$ “definiert” durch die Festlegung: Für alle $w \in A^*$ ist $R(w)$ das Wort w rückwärts geschrieben.

Finden Sie eine (mathematisch präzise) Definition für R .

Tipp (jeweils): Rekursion.

Aufgabe 2: (Reguläre Ausdrücke)

Alle folgenden Mengen sind Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$. Geben Sie für die folgenden Mengen reguläre Ausdrücke an:

- Die Menge aller Wörter gerader Länge.
- Die Menge aller Wörter, die mit a anfangen und mit a aufhören.
- Die Menge aller Wörter gerader Länge, die mit a anfangen und mit b enden.
- Die Menge aller Wörter, deren fünftletztes Zeichen a ist.
- Die Menge aller Wörter, die aba als Teilwort enthalten.
- Die Menge aller Wörter, die aba nicht als Teilwort enthalten.
- Für zwei Wörter u, v gilt: u ist Präfix von v ($u \sqsubseteq v$), falls es ein Wort w gibt, so dass $uw = v$ gilt. Geben Sie einen regulären Ausdruck für die Menge aller Wörter v gerader Länge an, für die gilt: Alle Präfixe von v enthalten a höchstens einmal mehr als b und b höchstens einmal mehr als a . (abb ist so ein Wort, $abbbaa$ nicht, da abb das Zeichen b zweimal mehr enthält als a).

- h) Die Menge aller Wörter, die das Präfix aaa besitzen.
- i) Die Menge aller Wörter, die drei aufeinander folgende gleiche Zeichen enthalten.
- j) Die Menge aller Wörter, die genau 4 mal das Zeichen a enthält.

[autotool: EXP-A bis EXP-J, Bestenliste: Kleinster Ausdruck.]

Aufgabe 3: Gegeben sind die regulären Ausdrücke über dem Alphabet $\{a, b\}$:

$$\begin{array}{lll}
 R_1 = a^*b & R_2 = (a^* \cup a)b & R_3 = (a \cup b^*)(a^* \cup b) \\
 R_4 = a(a \cup b)^*b & R_5 = aa^* \cup b^*a^* & R_6 = a^* \cup bb^*a^*
 \end{array}$$

- a) Finden Sie für jeden der Ausdrücke R_i Wörter $w \in [R_i]$ und Wörter $w \notin [R_i]$!
- b) Für welche i, k gilt $[R_i] = [R_k]$, d. h. welche der Ausdrücke sind äquivalent?

Aufgabe 4: Beweisen Sie folgende Aussagen für reguläre Ausdrücke R, S und T :

- a) $[S] \subseteq [R] \Rightarrow [S^*] \subseteq [R^*]$.
- b) $[(S^*)^*] = [S^*]$.
- c) $[S \cup R] = [R \cup S]$.
- d) $[R(S \cup T)] = [RS \cup RT]$.
- e) $[(R^*S^*)^*] = [(R \cup S)^*]$

Abgabe bis zum **4. Juni 2007** in der Vorlesung oder im Tutorium.

Falls Sie eine Bearbeitung abgeben möchten, geben Sie bitte den Namen Ihres Tutors und Ihre Übungsgruppe an.