Universität Karlsruhe (TH)
Lehrstuhl Informatik für Ingenieure und Naturwissenschaftler
Dr. Thomas Worsch
Matthias Schulz

25. Juni 2008

Einführung in die Informatik

Übungsblatt 10

– Registermaschinen –

Aufgabe 1: Der Inhalt eines Registers werde als "wahr" interpretiert, falls er größer als 0 ist, und als "falsch", wenn er gleich 0 ist.

a) Welche Funktion berechnet das Programm
$(s_2)_2(a_2(s_1)_1)_1(s_2a_1)_2$
in Register 1 bei Eingabe von x in Register 1?

b) Welche Funktion berechnet das Programm
$(s_3)_3(a_3(s_1)_1)_1(s_3a_1)_3$
$(s_4)_4(a_4(s_2)_2)_2(s_4a_2)_4$
$(s_5)_5(s_1a_4a_5)_1(s_2a_3s_4)_2(s_3s_5)_5$
$a_5(s_5s_4)_4(s_5s_3)_3$
in Register 5 bei Eingabe von x in Register 1 und y in Register 2?

c) Welche Funktion gibt das Programm
$(s_2)_2(s_3)_3(s_1a_2a_3)_1(s_3a_1)_3s_2a_2(s_1s_2a_3)_1(s_3a_1)_3$ (bei Eingabe in Register 1) in Register 2 aus?

Finden Sie ein kürzeres Programm, das die gleiche Funktion berechnet!

Aufgabe 2: Für diese Aufgabe gelten die folgenden Konventionen:

- Eingaben erfolgen in den Registern $1, 2, \ldots, k$.
- Alle anderen Register enthalten initial den Wert 0.
- Die Ausgabe soll im Register $k + 1$ erfolgen.
- Die Werte der Eingaberegister sollen erhalten bleiben.
- Die Werte der zusätzlich benutzten Register sollen auf 0 zurückgesetzt werden.

Konstruieren Sie RM-Programme, die die folgenden Funktionen berechnen:

a) $\mathsf{fib} : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{fib}(0) = 0$, $\mathsf{fib}(1) = 1$ und $\mathsf{fib}(n+2) = \mathsf{fib}(n+1) + \mathsf{fib}(n)$

b) $\mathsf{fac} : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{fac}(n) = n!$

c) $\mathsf{square} : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{square}(n) = n^2$

d) Bonus: $\mathsf{sqrt} : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{sqrt}(n) = \lfloor\sqrt{n}\rfloor$

e) Bonus: $\mathsf{exp} : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{exp}(n, m) = n^m$ (Für diese Aufgabe werde $0^0 = 1$ definiert.)

f) Bonus: $\mathsf{min} : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{min}(n, m) = \min\{n, m\}$

g) Bonus: $\mathsf{max} : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $\mathsf{max}(n, m) = \max\{n, m\}$

Aufgabe 3: RM-Programme können eindeutig durch eine natürliche Zahl dargestellt werden und diese Darstellung kann dann als Eingabe in einem (anderen) RM-Programm verwendet werden. Eine solche Darstellung heisst *Code*. Zwei RM-Programme heissen äquivalent, falls sie für alle Eingaben entweder beide nicht halten, oder beide halten und alle Registerinhalte gleich sind.

a) Gibt es ein RM-Programm E, das als Eingabe in den Registern 1 und 2 die Codes zweier RM-Programme P und Q erhält, das stets hält und das nach Programmende im Register 0 genau dann eine von 0 verschiedene Zahl enthält, wenn P und Q äquivalent sind?

   Falls Ihre Antwort „Ja." ist, skizzieren Sie bitte die Arbeitsweise von E! Falls Ihre Antwort „Nein." ist, begründen Sie!

b) Bonus: Wie kann ein RM-Programm durch eine natürliche Zahl dargestellt werden? Ist Ihre Abbildung injektiv? Ist Ihre Abbildung umkehrbar?

Abgabe bis zum **2. Juli 2007** in der Vorlesung oder im Tutorium.
Falls Sie eine Bearbeitung abgeben möchten, geben Sie bitte den Namen Ihres Tutors und Ihre Übungsgruppe an.