

Einführung in die Informatik

Übungsblatt 1

– Graphen –

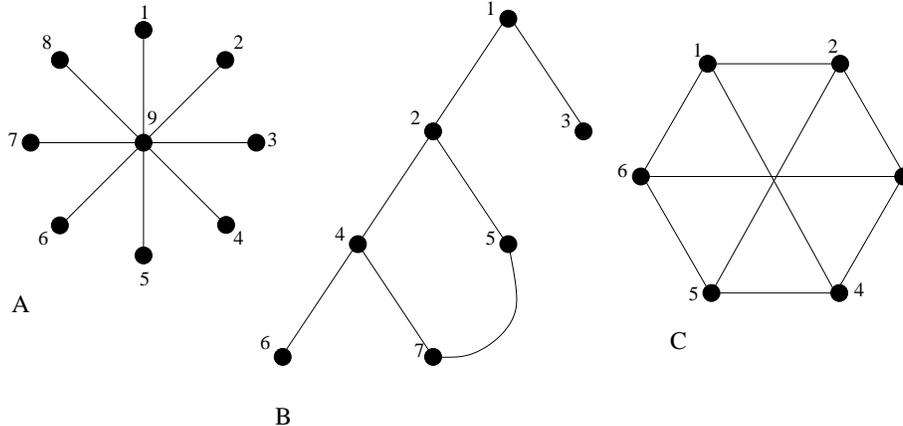
Werbung: In diesem Semester haben Sie nach großem Erfolg erneut die Möglichkeit, einige der Übungsaufgaben *online* zu bearbeiten! Unter

<http://i90www2.ira.uka.de/~autotool/>

steht für Sie das System *autotool* bereit. Sie können *jederzeit* und *so oft Sie wollen* Aufgaben bearbeiten und erhalten *sofort* eine Bewertung.

In den Übungsblättern werden Aufgaben, die auch online bearbeitet werden können besonders markiert, z. B. in diesem Blatt die Aufgabe 2. **PROBIEREN SIE ES AUS!**

Aufgabe 1:



- Welche der dargestellten Graphen sind Bäume?
- Welche dieser Graphen enthalten einen u-Kreis? Bonus: Wieviele verschiedene u-Kreise sind es genau?
- Welche dieser Graphen enthalten einen u-Weg, auf dem jeder Knoten genau einmal besucht wird?

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 2: Alle drei Graphen aus Aufgabe 1 sind bipartit. Geben Sie jeweils Knotenmengen M an, die das beweisen! (*Hinweis: Alle Kanten müssen dann zwischen Knoten aus M und $V(G) \setminus M$ verlaufen.*)

[autotool: Bi-A, Bi-B und Bi-C. Probieren Sie auch die autotool-Aufgabe Bi!]

Aufgabe 3: Nim ist ein Spiel für zwei Personen. Am Anfang liegt eine gewisse Anzahl von Münzhaufen auf dem Tisch. Ein Zug besteht darin, von genau einem Haufen eine beliebige Anzahl Münzen (mindestens jedoch eine) zu entfernen. Wer keine Münze mehr nehmen kann, verliert.

- Als Anfangsposition seien drei Haufen mit je zwei Münzen gegeben. Stellen Sie die möglichen Spielverläufe als Graph dar (Hinweis: Die Haufen werden nach jedem Zug aufsteigend von links nach rechts geordnet).
- Kann der erste Spieler/die erste Spielerin in dieser Situation gewinnen, wenn der/die zweite optimal spielt?
- Bonus: Gibt es für den ersten oder zweiten Spieler eine Gewinnstrategie, wenn zwei Haufen verschiedener Größe $n \in \mathbb{N}_+$ und $m \in \mathbb{N}_+$ auf dem Tisch liegen? Wie sieht es bei 3 Haufen aus, von denen zwei die Größe $n \in \mathbb{N}_+$ haben und einer die Größe $m \in \mathbb{N}_+$ (Achtung: $m = n$ ist nicht ausgeschlossen)?

Spielen Sie Nim unter <https://i90www2.ira.uka.de/~autotool/cgi-bin/Nim.cgi>!

Aufgabe 4: Für $n \in \mathbb{N}_+, n \geq 2$ sei der Graph $G_n(V_n, E_n)$ gegeben durch

- $V_n = \{0, 1\}^n$ (die Menge aller n -Tupel über $\{0, 1\}$) und
- $E_n = \{\{v0, v1\} : v \in V_{n-1}\} \cup \{\{v0, w0\} : \{v, w\} \in E_{n-1}\} \cup \{\{v1, w1\} : \{v, w\} \in E_{n-1}\}$

Weiterhin sei $V_1 = \{0, 1\}$ und $E_1 = \{\{0, 1\}\}$.

- Zeichnen Sie G_1, G_2 und G_3 !
- Geben Sie einen u-Weg an, der jeden Knoten von G_3 genau einmal berührt.
- Stellen Sie die Adjazenzmatrix von G_3 auf! Bonus: Wieviele Einsen enthält die Adjazenzmatrix des Graphen G_n ?
- Bonus: Zeigen Sie, dass in G_n zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn sie sich in genau einer Stelle unterscheiden.

Abgabe bis zum **23. April 2008** in der Vorlesung oder im Tutorium.